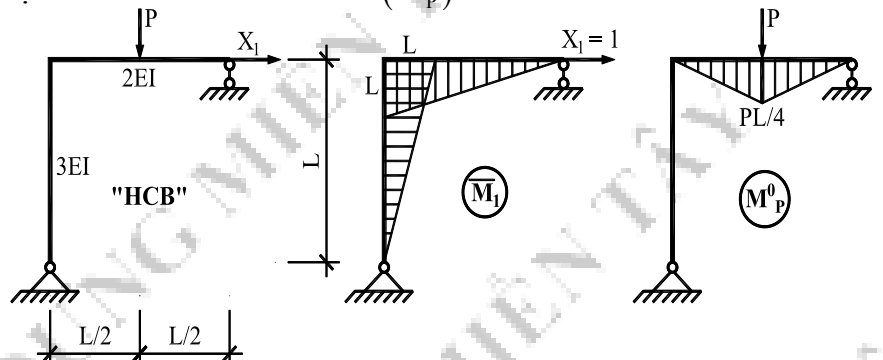
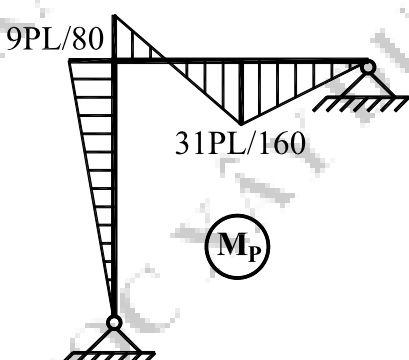


Câu	Phần	Nội dung	Thang điểm
1		Tần số dao động riêng Đặt lực P tại vị trí khối lượng M theo phương đứng để xác định phản lực X và vẽ biểu đồ mômen (M_p)  (Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen ($\overline{M}_1$) 0,50đ; biểu đồ mômen (M_p) 0,50đ)	4,00
		Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$	0,25
	a	$\delta_{11}^* = \frac{L^3}{3 \times 3EI} + \frac{L^3}{3 \times 2EI} = \frac{5L^3}{18EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = \frac{L}{2 \times 6 \times 2EI} \left(2 \times \frac{L}{2} \times \frac{PL}{4} + L \times \frac{PL}{4} \right) + \frac{L}{2 \times 3 \times 2EI} \times \frac{L}{2} \times \frac{PL}{4} = \frac{PL^3}{32EI}$	0,25
		$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}^*}{\delta_{11}^*} = -\frac{9P}{80}$	0,25
		Vẽ biểu đồ mômen (M_p) = ($\overline{M}_1$) $\times$ X_1 + (M_p^0) 	0,50

		Xem lực $P = 1$ để xác định chuyển vị đơn vị. $\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{L}{2 \times 6 \times 2EI} \left[2 \left(\frac{9L}{80} \times \frac{9L}{80} + \frac{31L}{160} \times \frac{31L}{160} \right) - 2 \left(\frac{9L}{80} \times \frac{31L}{160} \right) \right]$ $+ \frac{L}{3 \times 3EI} \times \frac{9L}{80} \times \frac{9L}{80} + \frac{L}{2 \times 3 \times 2EI} \times \frac{31L}{160} \times \frac{31L}{160} = \frac{53L^3}{7680EI}$ (Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen $(\overline{M}_k)$, sau đó nhân hai biểu đồ $(\overline{M}_k)$ với (M_p) để tìm δ_{11})	0,50
		$\omega = \sqrt{\frac{g}{2Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{2Q} \times \frac{7680EI}{53L^3}}$	0,25
		$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{2 \times 32} \times \frac{7680 \times 2,1 \times 10^4 \times 3460}{53 \times (360)^3}} = 58,8141 \text{ s}^{-1}$	0,50
	b	Chu kỳ dao động	0,50
		$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
		$T = \frac{2\pi}{58,8141} = 0,1068 \text{ s}$	0,25
	c	Tần số kỹ thuật	0,50
		$n = \frac{60}{T}$	0,25
		$n = \frac{60}{0,1068} = 561,7977 \text{ 1/phút}$	0,25
	Tổng điểm câu 1		5,0đ
2	a	Ma trận mềm, ma trận khối lượng Đặt lực đơn vị $P = 1$ tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen $(\overline{M}_1), (\overline{M}_2)$	1,75

		0,50
	$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{L}{3EI} + \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2 \times 3EI} = \frac{15L^3}{8EI}$	0,25
	$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = -\frac{3L}{4} \times \frac{L}{4} \times \frac{L}{2 \times 3EI} - \frac{L}{2 \times 6EI} \times \frac{L}{4} \left(2 \times \frac{3L}{4} + \frac{3L}{2} \right) = -\frac{3L^3}{32EI}$	0,25
	$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = 2 \times \left(\frac{L}{4} \times \frac{L}{4} \times \frac{L}{2 \times 3EI} \right) = \frac{L^3}{48EI}$	0,25
	Ma trận mềm: $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{96EI} \begin{bmatrix} 180 & -9 \\ -9 & 2 \end{bmatrix}$	0,25
	Ma trận khối lượng: + Σm_i theo phương 1: $m_1 = 3M$ + Σm_i theo phương 2: $m_2 = 3M$ $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$	0,25
b	Tần số dao động riêng	2,25

	Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận:	$\left [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \right = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \quad (*)$	0,25
	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{96EI} \begin{bmatrix} 180 & -9 \\ -9 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$		0,25
	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{96EI} \times \begin{bmatrix} 540 - u & -27 \\ -27 & 6 - u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{96EI}{ML^3} \quad (**)$	$(*) \Leftrightarrow A = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 540 - u & -27 \\ -27 & 6 - u \end{bmatrix} = 0$ Khai triển định thức thu được phương trình: $u^2 - 546u + 2511 = 0$	0,50
	Giải phương trình, ta được:	$u_1 = 541,3617 \quad \text{và} \quad u_2 = 4,6383$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{96EI}{ML^3}}$		0,25
	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{96EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{541,3617} \times \frac{96 \times 20}{0,042}} = 9,1893 \text{ s}^{-1}$		0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{96EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{4,6383} \times \frac{96 \times 20}{0,042}} = 99,2765 \text{ s}^{-1}$		0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo ω):	$\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9,1893 \\ 99,2765 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
	c	Ma trận dạng dao động riêng	
Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{(i)} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{-27}{6 - u_i} \quad (***)$			0,25
Chọn chuyển vị tại vị trí theo phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$			0,25
Với $u_1 = 541,3617$ và $u_2 = 4,6383$ thay vào $(***) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = -0,0504 \\ \varphi_{22} = 19,8281 \end{cases}$			0,25
Ma trận các dạng dao động riêng:		$[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,0504 & 19,8281 \end{bmatrix}$	
Tổng điểm câu 2			5,0đ